DIVISIÓN[1]

OBJETIVOS:

Se propone a los niños una situación de reparto equitativo. El análisis de la misma ha de conducirles a:

- escribir relaciones entre cuatro números, de la forma: a = (b x c) + d
- estudiar cómo la pareja (c, d) varía cuando a y b son datos.
- Privilegiar la pareja (q, r) para la cual se cumple: a = (b x q) + r con r<b
- Aprender a determinar q y r.

El soporte de la situación de distribución sirve de referencia aunque las distribuciones no se hagan efectivas.

El estudio de este capítulo ofrece una ocasión de utilizar la mayor parte de los conocimientos numéricos de los niños. Es preparatorio al estudio de la división en N. Su objetivo no es poner en marcha una técnica operatoria efectiva. Es obtener técnicas prácticas de resolución del problema planteado por una situación de reparto equitativo u otra análoga.

PLAN DE TRABAJO:

- I. DISTRIBUCIÓN DE CARTAS.
- II. TRABAJO CON TABLAS DE DOBLE ENTRADA EN LAS QUE SE DESCRIBEN LOS REPARTOS DE CARTAS.
- III. TRABAJO SOBRE LAS ESCRITURAS QUE DESCRIBEN LOS REPARTOS DE CARTAS.
- IV. REPRESENTACIONES GRÁFICAS ASOCIADAS A LOS REPARTOS.
- V. INVESTIGACIÓN DE ESTRATEGIAS PARA DETERMINAR COCIENTE Y RESTO.

I.- REPARTO DE CARTAS.

OBJETIVO:

- Que los niños utilicen escrituras del tipo a = (b x c) + d para describir distintas distribuciones de las cartas.

MATERIAL POR GRUPO DE NIÑOS:

Una caja en la que hay cartas.

Hoja de papel en la que han de ser indicados número de cartas y de jugadores.

CONSIGNA:

"Hay que repartir las cartas de forma que todos los jugadores reciban el mismo número de ellas. Las cartas restantes quedarán en la caja. Se puede parar el reparto de cartas cuando

[1] ERMEL: *Apprentissages mathématiques à l´école élémentaire, cycle élémentaire-tome2,* pg267-276. SERMAP/OCDL, Paris 1978.

queráis. Buscad todas las formas posibles de hacerlo. Después de cada reparto de los que consideréis posible, escribid en la hoja lo que habéis hecho para comunicárselo a todos los demás niños de la clase. Uno de vosotros hará de portavoz del grupo”.

DESARROLLO:

Si la clase constara de 26 de niños, por ejemplo, podemos trabajar en grupos de cinco (seis). El maestro asigna a los grupos el número de cartas A y el número de personas entre las que hay que repartirlas de forma equitativa, B. Una propuesta de trabajo puede ser:

Grupo 1: A = 40, B = 6.

Grupo 2: A = 31, B = 4

Grupo 3: A = 32, B = 5

Grupo 4: A = 39, B = 5.

Grupo 5: A = 41, B = 6.

He aquí algunas producciones de los niños:

(adjuntar fotocopia páginas 268.69)

OBSERVACIONES:

En la clase en la que se ha realizado este trabajo, casi todos los niños han utilizado un procedimiento de sustracciones sucesivas (número de cartas que quedan, menos número de cartas distribuídas en cada vuelta). Sólo un grupo ha producido directamente escrituras del tipo a=bc+d.

Si no hubiera aparecido ninguna escritura de este tipo, el maestro deberá proponer un intercambio de mensajes entre equipos. El equipo que recibe el mensaje debe poder comprender rápidamente cuántas cartas quedan en la caja y cuántas tiene cada jugador en su poder.

El análisis de las producciones de los niños conducirá a la elaboración de tablas como la siguiente:

Ejemplo para el caso del grupo 2:

Número de cartas Por niño	Número de cartas Repartidas	Número de cartas que Quedan en la caja
1	4	27
2	8	23
3	12	19
4	16	15
5	20	11
6	24	7
7	28	3

La elaboración directa de estas tablas supone poner de relieve cierto número de relaciones cuyo descubrimiento ha de proponerse a los niños.

RESPUESTAS OBTENIDAS:

-“Los números de la segunda y de la tercera columnas suman 31”

-“Para pasar de la primera a la segunda columna se multiplica por 4”

-“En la tercera columna para pasar de una línea a la siguiente se retrocede 4”.

Se permutan los paquetes de cartas entre los grupos. Se pide a cada uno de los grupos llenar una tabla que corresponda con la nueva situación. Los niños pueden:

a) manipular las cartas distribuyéndolas
b) llenar directamente la tabla utilizando las relaciones anteriormente explicitadas.

II.- TRABAJO SOBRE LAS TABLAS QUE DESCRIBEN UNA DISTRIBUCIÓN DE CARTAS.

OBJETIVOS:

Eliminar la manipulación de las cartas.

Trabajar directamente sobre las tablas de números que describen la situación de reparto correspondiente.

ACTIVIDADES:

- Diseñar una tabla completa del reparto de 85 cartas entre 12 jugadores, por ejemplo.
- Completar tablas en las que hay huecos. Por ejemplo:

Cartas por jugador	Cartas distribuídas	Cartas sobrantes
0	0	126
1	14	.
2	.	.
.	.	.
.	.	.
5	70	56
.	.	42
.	98	.
.	.	.
.	.	0

- Puede variarse la presentación de los ejercicios proponiendo tablas de los siguientes tipos:

Número de cartas Distribuídas	Número de cartas restantes
0	52
6	46
12	40
3x6	.
4x6	.
.	22
.	.
.	.
.	.

Número de cartas Por jugador	Número de cartas Restantes
0	67
1	61
6	.
7	.
9	.
10	7
.	.

OBSERVACIONES:

- Es importante respetar el orden creciente en la primera columna, de forma que permanezca la referencia a la distribución efectuada de las cartas.
- En caso de salto en la distribución en las líneas en la tabla, es interesante hacer resaltar las propiedades ligadas a la función lineal relacionada con la función afín implícita en la situación.

Por ejemplo, en la última tabla presentada el salto de 1 a 6 es 5 (se han distribuido 5 cartas de un golpe a cada jugador), el salto será pues de 30 (5 x 6, aumentando) en lo relativo a las cartas distribuidas y también de 30 (disminuyendo) respecto de las cartas restantes. Se notará pues 31 (61-30) en la segunda columna.

III.- TRABAJO SOBRE LAS ESCRITURAS QUE DESCRIBEN UNA DISTRIBUCIÓN DE CARTAS.

III. 1.- OBJETIVOS:

Se propone ahora una sucesión de ejercicios en los que a partir de una escritura, correspondiente a una distribución de cartas, los alumnos deben encontrar todas las demás escrituras e identificar la que se corresponde con la distribución más completa. (No debería ser necesario manipular).

A más largo plazo el objetivo final es conseguir que los alumnos se entrenen en la descomposición de un número a en una suma de múltiplos de otro número b y un resto. Esto podrá constituir una técnica de cálculo del cociente y el resto en la división de a entre b.

III. 2.- ACTIVIDADES:

Primer ejercicio:

(4 x 7) + 31 = 59; esta igualdad caracteriza una distribución. Encontrad las otras.

El número de cartas del juego es 59, pero el número de jugadores puede ser 7 o puede ser 4. Los niños deben darse cuenta de ello y trabajar en una de las dos hipótesis. Por ejemplo, en caso de que el número de jugadores fuere 4, las siguientes igualdades caracterizarían otras distribuciones:

59 = (4 x 6) + 35

59 = (4 x 8) + 27

59 = (4 x 9) + 23

....

59 = (4 x 14) + 3, que es la distribución más completa.

En este caso14 es el número de cartas que corresponden a cada jugador y 3 el número de cartas restantes; son respectivamente cociente y resto de la división de 59 entre 4.

Segundo ejercicio:

He aquí una igualdad: (9 x 10) – 15 = 75. Fijaos y daos cuenta de que faltarían 15 cartas para poder repartir de verdad 75 cartas entre 9 ó 10 jugadores. Estudiad si es posible hacer realmente el reparto.

En todos los casos el profesor favorecerá la igualdad correspondiente a la distribución más completa (número de cartas restantes menor que el número de jugadores). En general, podremos escribir la igualdad:

a = b x q + r a, número de cartas (dividendo)
b, número de jugadores (divisor)
q, número de cartas por jugador (cociente)
r, número de cartas sobrantes (resto).

OBSERVACIÓN:

Los primeros ejercicios pueden ser resueltos por los alumnos en grupo de dos, seguidos inmediatamente de una puesta en común colectiva. Los últimos deben ser realizados individualmente por escrito.

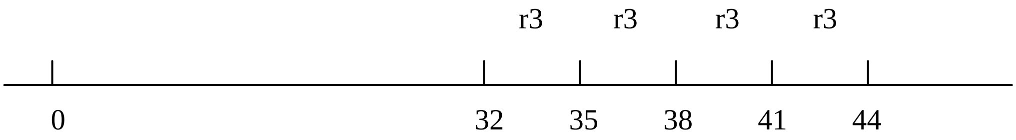
<u>IV. REPRESENTACIONES GRÁFICAS ASOCIADAS A LAS DISTRIBUCIONES DE CARTAS.</u>

IV.1. OBJETIVOS

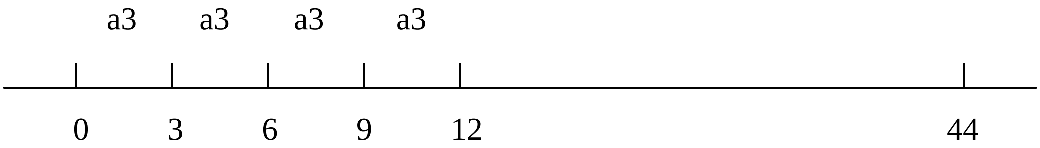
- Proporcionar a los niños una buena representación de una situación de distribución de cartas, utilizando la recta numérica. Ello constituirá un excelente soporte en ulteriores búsquedas de estrategias óptimas para determinar rápidamente cociente y resto, relativos a distribuciones óptimas.

IV.2. ACTIVIDADES:

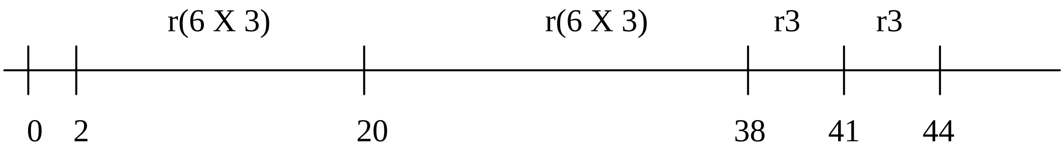
- Investigar las distribuciones equitativas de 44 cartas entre varios jugadores, a partir de una representación sobre la recta numérica.
- Pueden obtenerse dos tipos de representaciones:
  - Si los alumnos se centran en la disminución de cartas en la caja:



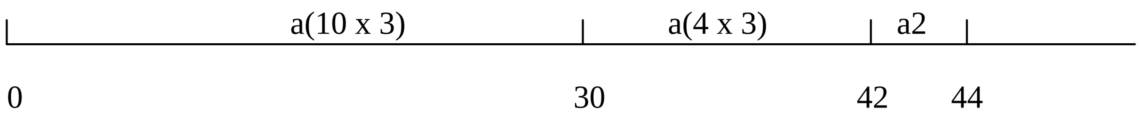
  - Si los alumnos se interesan por el aumento de cartas distribuídas:



  - Si las cartas no se distribuyen una a una, sino se da varias a cada jugador (a todos por igual en cada ronda), que es lo que sucede en tablas en las que faltan filas:



O bien:



OBSERVACIÓN:

Utilizar estas representaciones va a colocar a los niños ante la necesidad de "aproximarse a 44"; ó bien, "aproximarse a 0"; promoviendo que utilicen de forma sistemática la distribución más completa a partir de la cual se obtienen cociente y resto. Tal distribución se caracteriza, en esta representación, por el hecho de que un salto de más o de menos provocarían pasarse o no llegar.

<u>V. BÚSQUEDA DE ESTRATEGIAS PARA DETERMINAR COCIENTE Y RESTO.</u>

IV. OBJETIVOS:

-Proponer a los niños una actividad en la que deban encontrar procedimientos para determinar el par cociente-resto, conocidos el par dividendo-divisor.

-Aproximación a la elaboración de una técnica de división.

OBSERVACIÓN:

Puede plantearse el problema en términos de distribución de cartas como los anteriores; puede modificarse el contexto.

V.2. ACTIVIDADES:

1)Dada la relación 48 = (4 x 5) + 28, (48 es el número de cartas y 5 el número de jugadores), se pide a los niños buscar todas los repartos equitativos posibles y escribirlos en una tabla:

Número de cartas de cada jugador, c	Número de cartas que están ya repartidas.	Número de cartas Sobrantes, d
4	20	28
5	25	23
6	30	18
7	35	13
8	40	8
9	45	3

La observación de la primera y la tercera columna de la tabla permite formular las reglas de paso de un par de números al siguiente:

(c, d) -----> (c+1,d-5), (una carta más a cada jugador, son cinco cartas menos en la caja)

La última pareja de números (9, 3) nos da la distribución completa.

2) "Dado un número de cartas y un número de jugadores ¿cómo hallar rápidamente el par de números que describe la distribución completa?"

Los niños pueden utilizar representaciones gráficas, trabajar directamente con escrituras del tipo a=bc+d, e incluso elaborar una tabla.

OBSERVACIÓN: La variedad de procedimientos utilizados en la resolución va a depender del tamaño de los números propuestos y de la agilidad en el cálculo mental de los niños (duplos, cuádruplos, productos por 5, por 10, etc.).

Ejemplos:

- 50 cartas entre 6 jugadores. Los niños utilizan los múltiplos de 6 que conocen, han de hallar el múltiplo de 6 más cercano a 50.
- 149 cartas entre 8 jugadores. Los niños hacen cosas como:

10x8=80 8X8=64 5

0 144 149

- 768 cartas entre 27 jugadores. Dan lugar a:

10 x 27 = 270	.. poco
100 x 27 = 2700	.. demasiado
20 x 27 = 540	.. poco
30 x 27 = 810	.. mucho
25 x 27 = 675	.. falta
27 x 27 = 729	.. casi
28 x 27 = 756	.. ya está se da 28 a cada uno y sobrarán 12

-385 cartas entre 23 jugadores:

Número de cartas de cada jugador	Número de cartas repartidas.	Número de cartas Sobrantes, d
0 1 10 más 11 5 más 16	0 23 230 más son: 253 115 más son: 368	385 23 menos son 362 230 menos son: 132 115 menos son: 17

CONCLUSIONES:

Los alumnos han puesto ya en práctica procesos que se asemejan a la técnica usual de la división. Al construir una tabla como la anterior, los niños utilizan sólo los números indicados. Puede entonces presentarse la siguiente escritura:

Número de cartas por jugador	Número de cartas que quedan en la caja
0	385
10	-230
	155
5	-115
	40
1	-23
16	17

En la primera columna aparecen los cocientes parciales cuya suma es el cociente de la división. En la derecha, las sustracciones sucesivas cuyos resultados intermedios son los restos parciales; el último es el resto de la división. Pueden permutarse las columnas e indicar arriba el número de jugadores (el divisor), lo que nos da:

385	23
-230	10
155	
-115	
40	
-23	1
17	16.

Que es una disposición muy cercana a la habitual.

OBSERVACIÓN FINAL:

El estudio de estas situaciones de reparto equitativo permite a los niños poner en marcha sus conocimientos y sentido de las operaciones: adición, sustracción, multiplicación, y el orden de los números. Constituye uno de los materiales a partir del cual el algoritmo de la división va a ser constituido a través de aproximaciones generales.

El algoritmo empírico así descubierto está esencialmente basado en el cálculo de múltiplos del divisor, lo que hace que no se justifique una limitación inicial a números de una cifra. No es más sencillo el cociente de 385 entre 23 que el de 797 entre 6.

Cada maestro puede contextualizar las actividades, no necesariamente han de ser siempre repartos de cartas.